

学術情報ネットワークにおける自己相関トラヒックの解析

Autocorrelative Traffic Analysis on an Academic Information Network

阿部 俊二、藤野 貴之、計 宇生、松方 純、浅野正一郎

Shunji Abe, Takayuki Fujino, Yusheng Ji, Jun Matsukata, and Shoichiro Asano

国立情報学研究所

National Institute of Informatics

〒101-8430 東京都千代田区一ツ橋 2-1-2

E-mail:abe@nii.ac.jp

概要

学術情報ネットワークに実際に流れるトラヒックについての自己相関解析をサンプルトラヒックの確率過程 X_n の自己相関特性と X_n を m 時点集めた確率過程 $X_n^{(m)}$ の分散特性から行い、その特徴として長期依存性を有することを示す。十分大きな時間 m の領域では、FBM(Fractional Brownian Motion) トラヒックモデルによるバッファキュー長のテール分布近似が可能であるが、小さな m の範囲ではこの近似は適用できない。そこで、 m を区分領域に分割して、区分領域毎に FBM トラヒックモデルを用いてテール分布を近似する方法を提案する。さらに、テール分布をバッファに加わる負荷から評価可能とするために、平均残余稼働時間を用いた m 区分領域から負荷領域へマッピングする方法も合わせて示す。

ABSTRACT

SINET traffic has a property of long-range dependence on stochastic process $X_n^{(m)}$ of m -series of sampled traffic. In area of large time m , tail probability distribution of queueing buffer which has input traffic of long-rang dependence is approximated by use of FBM(Fractional Brownian Motion) traffic model. For small m , however, the use of FBM traffic model is not straightforward. This paper proposes a new approximation method of the tail probability by FBM traffic model for each divided area of m . In order to estimate the tail probability from offered traffic(ρ), we also show a method which maps m to ρ by use of mean residual life time for busy period.

1 まえがき

インターネットの高速・大容量化の発展により、データ通信のみならず遅延揺らぎや情報廃棄率の品質が非常に小さな値を必要とする動画像や音声といった通信も含めたマルチメディア通信実現の要求が高まっており、学術研究を支援する学術情報ネットワークにおいても、このような要求に応えるべくネットワークの設計や運用、ならびに品質制御の実現が必要になっている。

一方、近年の LAN や WAN で観測されるトラヒック

ク(ある固定な時間間隔毎にサンプルした到着パケット数や到着ビット数)に関して、時間的に十分に離れているサンプルトラヒック間においても自己相関が強く残るといった長期依存性や自己相似性を有することが示されている [1, 2]。

長期依存性や自己相似性を有するパケットトラヒックは、ランダムなトラヒックと比較して、パケットの転送遅延揺らぎや廃棄率が非常に大きく、通信品質に大きな影響を及ぼすことが知られている。マルチメディア通信の実現には、長期依存性や自己相似性を有

するトラヒックの挙動を考慮したネットワークの設計・運用、品質制御が不可欠である。

本研究のねらいは、学術情報ネットワークに流れるトラヒックの長期依存性または自己相似性を把握し、ネットワーク設計・運用、品質制御に反映させることにある。特に、本論文では、SINET と SINET にアクセスするネットワークに流れるトラヒックの長期依存性（または自己相似性）の特徴を明らかにし、これを踏まえて遅延揺らぎや廃棄率の通信品質を推定する一つの評価量であるキューイングバッファのテール分布について議論する。

トラヒックの長期依存性は、サンプル間隔 τ 毎の観測トラヒックの離散時系列確率過程 X_n の k 時間離れた自己相関関数 $r(k)$ の減衰特性や、 X_n の m 時点分集めた $X_n^{(m)}$ の分散の m 時間特性の減衰の挙動から判断することができる。長期依存性を持つ場合は、それぞれ、 $r(k) \sim \alpha k^{-\beta_1}$ as $k \rightarrow \infty$ ($0 < \beta_1 < 1$)、 $Var[X_n^{(m)}] \sim cm^{-\beta_2}$ as $m \rightarrow \infty$ ($0 < \beta_2 < 1$) のようなべき関数的減衰特性（ただし、 α と c は定数）となる [3]。

SINET およびアクセスネットワークに流れるトラヒックについて、Hurst パラメタを H （ただし、 $0.5 < H < 1$ ）とした場合、自己相関関数および分散が、 $\beta_1 = \beta_2 = 2(1 - H)$ となるべき関数的減衰特性を持つことを示し、長期依存性を有することを明らかにする。また、このような漸近的な性質を有する確率過程を漸近的な自己相似性という場合もあり [2]、SINET トラヒックは、この意味で漸近的な自己相似性を有していると言える。

長期依存性または自己相似性を有するトラヒックを入力とするキューイングバッファのテール分布解析に関して、入力トラヒックを FBM(Fractional Brownian Motion) トラヒックで近似して、テール分布を求める方法が知られている [6, 7]。入力トラヒックを FBM で近似するためには、入力トラヒックの到着率、分散係数、Hurst パラメタ H が必要となる。特に、分散係数と Hurst パラメタは、 m を時間とする分散 ($Var[X_n^{(m)}]$) 特性より推定できる。

SINET トラヒックの分散 $Var[X_n^{(m)}]$ は、大きな時間 m ではほぼ単一の H を持つ特性となることから、この値を FBM トラヒックに適用することで、テール分布近似が可能である。しかし、時間 m のそれほど

大きくない領域では、単一の H を持つ特性とならないため、そのままでは FBM トラヒック近似が適用できない。そこで、 m の大きさにより m の領域を区分して、各区分毎に単一の H を持つ FBM トラヒックで近似して、テール分布を近似する方法を提案する。さらに、ネットワークの設計等では、入力負荷 (ρ) に対応したテール分布特性が有用であることから、 m の時間区分領域と入力負荷の対応として、バッファの稼働期間 (Busy period) の平均残余稼働時間 (Mean residual life time for busy period) を適応する方法を示す。

2 観測トラヒックの自己相関解析

長期依存性の定義と SINET トラヒックにおける自己相関特性について述べる。

2.1 長期依存性

観測するトラヒックのサンプル間隔を τ として、サンプルトラヒックの離散時系列確率過程を X_n とし、このときの自己相関関数を $r(k)$ とする。この時、

$$r(k) \sim L(k)k^{-\beta_1} \text{ as } k \rightarrow \infty \quad (1)$$

が成り立つ場合に X_n は長期依存性を持つという [3, 10]。ただし、 $0 < \beta_1 < 1$ で、 $L(x)$ は x が十分大きな領域で非常に緩やかに変動する関数で、任意の $y > 0$ に対して、 $\lim_{x \rightarrow \infty} L(xy)/L(x) = 1$ を満たす。式 (1) から分かるように、 $r(k)$ は十分大きな k ではべき関数的な減衰特性を示す。

次に、確率過程 X_n を m 時点分集めた確率過程を $S_{n,m}$ とし、 $X_n^{(m)}$ を次のように定義する。これは、サンプル間隔 τ を単位時間とする m 時間までの総サンプルトラヒック量の平均を表す確率変数である。

$$S_{n,m} \equiv \sum_{k=0}^{m-1} X_{n \cdot m + k} \quad (2)$$

$$X_n^{(m)} \equiv \frac{S_{n,m}}{m} \quad (3)$$

X_n が長期依存性を持つとき、分散 $Var[X_n^{(m)}]$ は、 $Var[X_n^{(m)}] \sim cm^{-\beta_2}$ as $m \rightarrow \infty$ (4)

となることが知られている [3]。ただし、 $0 < \beta_2 < 1$ で、 c は定数。分散も自己相関関数と同様にべき関数的減衰特性をもつことが分かる。

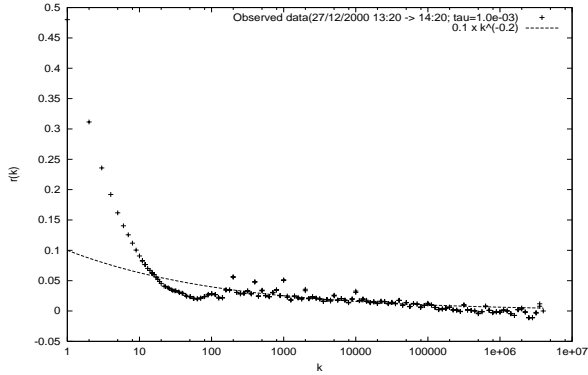


図 1: バックボーントラフィックの自己相関特性

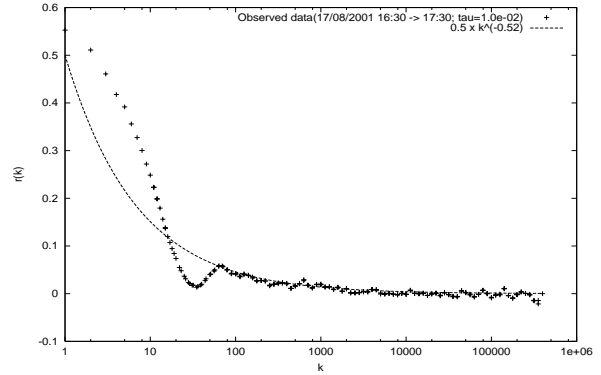


図 3: アクセストラフィックの自己相関特性

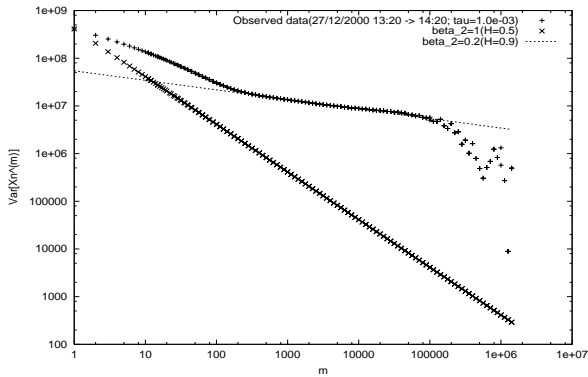


図 2: バックボーントラフィックの分散特性

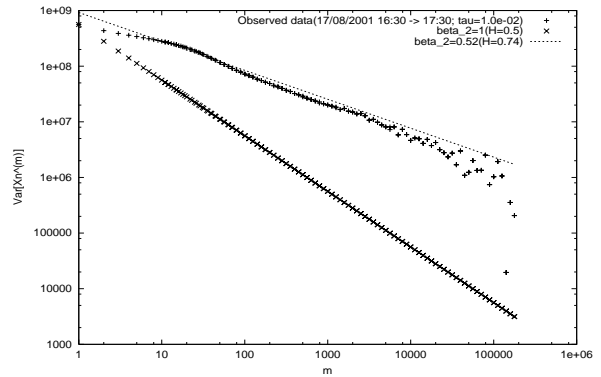


図 4: アクセストラフィックの分散特性

2.2 SINET トラフィックの自己相関特性

SINET は、全国を関東より北側の北日本ループ、関東から関西までの中央ループ、関西から西南の西日本ループによる 3 つのループによりバックボーンネットワークを構成している (詳細なネットワーク構成は [5] を参照のこと)。トラフィック測定は、バックボーンネットワークノードの一つである当研究所西千葉から名古屋へ向かうトラフィック (以後、バックボーントラフィックと記す) と、当研究所一ツ橋ノードに出入りするトラフィック (以後、アクセストラフィックと記す) について行った。

SINET トラフィックの最も利用されている時間帯が、午後 1 時付近から午後 5 時付近であることから [4]、バックボーントラフィックについては 2000 年 12 月 27 日の 13:20 からの 1 時間と、アクセストラフィックについては 2001 年 8 月 17 日の 16:30 から 1 時間について、それぞれ到着ビット数をサンプルし、サンプルの確率過程 X_n の自己相関関数 $r(k)$ と分散 $Var[X_n^{(m)}]$ の計算から自己相関特性解析を進めた。

まず、各観測トラフィックの基本的な統計量について

示す。バックボーントラフィックについて、平均パケット到着間隔は 1.453×10^{-4} sec、パケット到着間隔の揺らぎを示す平方変動係数は 0.69、平均パケット長は 7949.23 ビット、平均ビットレートは 54.698 Mb/s であった。自己相関解析をするためのサンプル時間は、平均パケット到着間隔を考慮して $\tau = 10^{-3}$ とした。

アクセストラフィックについては、平均パケット到着間隔は 1.572×10^{-3} sec、パケット到着間隔の平方変動係数は 160.53、平均パケット長は 2815.22 ビット、平均ビットレートは 1.791 Mb/s であった。また、サンプル時間を $\tau = 10^{-2}$ とした。

以下自己相関特性解析の結果を図 1 から図 4 に示す。図 1 と図 2 はバックボーントラフィックについての結果、図 3 と図 4 はアクセストラフィックについての結果をそれぞれ示している。

バックボーントラフィックに関して、自己相関関数および分散は、それぞれ、 $\beta_1 = \beta_2 = 0.2$ となるべき関数的減衰特性を持つことが分かる。このことから、長期依存性を持つことが分かる。また、 $\beta_1 = \beta_2 = 2(1 - H)$ と置いたとき、 $H = 0.9$ の Hurst パラメタ

値を持つことが分かる。特に $H = 0.5$ の時は無相関であり、この時の分散の減衰係数は $\beta_2 = 1$ となる。この特性も図 2 に参考として示している。長期依存性を持つ場合の分散特性は、無相関の場合に比べて減衰が緩やかになることが分かる。

アクセストラヒックについても同様に、 $\beta_1 = \beta_2 = 0.52$ となるべき関数的減衰特性を持ち、長期依存性を有することが分かる。このときの Hurst パラメータは $H = 0.74$ となる。

文献 [9, 10] で示されている厳密は自己相似性の定義とは異なるが、式 (1) が成り立つ場合に、漸近的な自己相似性を持つという論文 [2] もあり、これに準ずると SINET トラヒックは漸近的な自己相似性を持つと言える。

3 SINET トラヒックの区分的 FBM トラヒックモデル近似

まず FBM トラヒックモデルについて述べ、SINET トラヒックを分散特性の時間 m の区分領域毎に FBM トラヒックに近似し、バッファキュー長のテール分布近似する方法を述べる。さらに、 m の区分領域から加わる負荷の区分領域に対応させる方法を示す。

3.1 FBM トラヒックモデル

FBM トラヒックモデルは、自己相似確率過程である FBM(Fractional Brownian Motion) (例えば、文献 [9] 参照のこと) を用いて、時刻 t までに到着するトラヒックの確率過程を次の様に流体モデル近似するものである [6, 7]。

$$A(t) = \lambda t + \sqrt{\lambda a} Z_H(t) \quad (5)$$

ここで、 λ は到着率、 a は分散係数、 $Z_H(t)$ は Hurst パラメータ H を持つ正規化された FBM($E[Z_H(t)] = 0$ 、 $Var[Z_H(t)] = |t|^{2H}$) である。また、 $Z_H(t)$ は定常増分過程であるため、 $A(t)$ も定常増分過程となる。FBM トラヒックモデルを適用するには、 λ 、 a 、 H の 3 つのパラメータを決定すれば良いことが、式 (5) から分かる。

今、時刻 0 から $t(> 0)$ までに $A(t)$ で到着するトラヒックを τ でサンプルし、 τ を単位時間とする m 時間集めた確率過程を考える。 $t = m\tau$ と置くと、式 (2) は、

$$S_{n,m} = A(m\tau) \quad (6)$$

と書くことができる。したがって、 $X_n^{(m)} = A(m\tau)/m$ となることから、

$$Var[X_n^{(m)}] = \lambda a \tau^{2H} m^{-2(1-H)} \quad (7)$$

となる。Hurst パラメータが $0.5 < H < 1$ であれば、式 (7) の分散の減衰特性は、べき関数的となり、長期依存性を有することが分かる。また、式 (7) を時間 m に対する両対数でグラフ化すると、減衰率が $2(1-H)$ の直線となる。

FBM トラヒックをサイズが無限のバッファに加わった場合のバッファに溜るキュー長のテール分布近似が以下のように求められている [6, 7, 8]。

$$\left. \begin{aligned} Pr(Q > x) &\sim e^{-\gamma x^{2(1-H)}} \text{ as } x \rightarrow \infty \\ \gamma &= \frac{1}{2\lambda a(1-H)^2} \left(\frac{C(1-\rho)(1-H)}{H} \right)^{2H} \end{aligned} \right\} (8)$$

ただし、 $\rho = \lambda/C$ で、バッファに加わる負荷、 C は伝送路速度である。

3.2 区分的 FBM トラヒックによる近似

分散特性図 2 と図 4 において、それぞれ時間 m が約 200、約 10 ~ 20 以上の領域では、分散の減衰がほぼ直線近似 (両対数グラフ上で) できるので、すなわち、長期依存性が現れる領域であるので、SINET トラヒックを FBM トラヒックとして近似が可能であると考えられる。しかし、それ以下の領域では単純な直線ではなく、また長期依存性がある保証もないため、そのままでは FBM トラヒック近似が適用できない。

そこで、この m の小さな領域に関して、長期依存性や自己相似性の有無かわからず、到着率、分散係数、 H の 3 つのパラメータを決定すれば FBM トラヒックとして扱うことができるということへ発想を変える。

FBM トラヒックの分散特性は、両対数グラフ上では単純な直線となることを考慮して、例えば、図 5 に示す様に、 m の値が約 $m = 1 \sim 5$ (I 領域)、約 $m = 5 \sim 200$ (II 領域)、約 $m = 200$ 以上 (III 領域) の様に極力直線で近似できる領域に区別し、各領域区別毎に式 (7) を使って直線を描き、その時の λ 、 a 、 H を用いて FBM トラヒックに近似して、式 (8) によりバッファキュー長のテール分布を推定するものである。バックボーントラヒックでは、 $\lambda = 54.698 \text{ Mb/s}$ で、 $(H = 0.75, a = 2.5 \times 10^5)$ 、 $(H = 0.7, a = 1.4 \times 10^5)$ 、 $(H = 0.9, a = 2.5 \times 10^5)$ の 3 つの直線で、それぞれの領域を近似する。

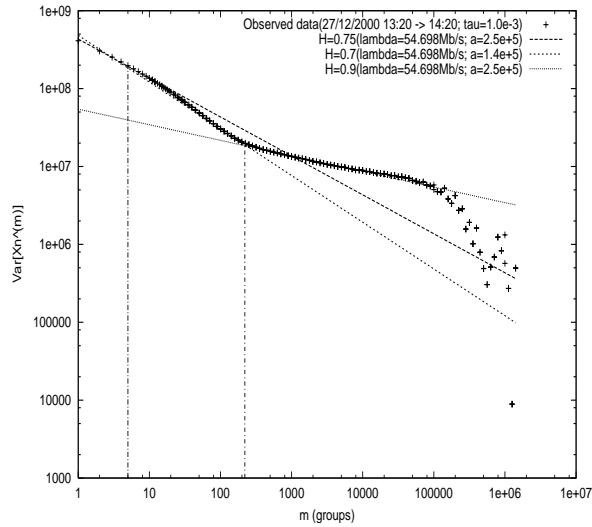


図 5: バックボートトラヒックの区分領域

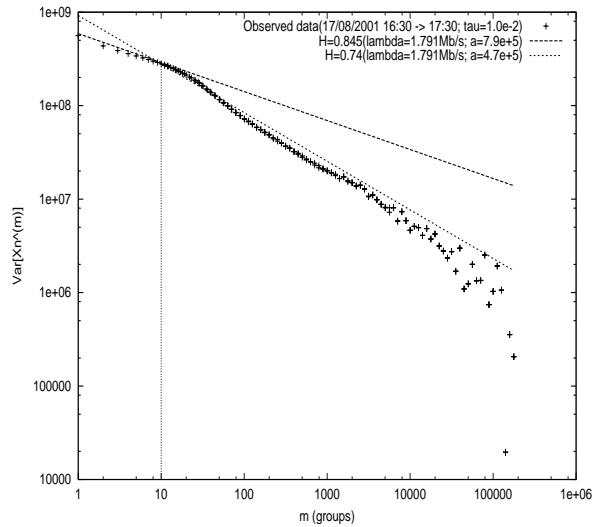


図 6: アクセストラヒックの区分領域

アクセストラヒックについては、約 $m = 10$ を境に、これより小さい領域と大きい領域に概ね区分できると考えられる。そこで図 6 に示す様に、 m が約 $m = 1 \sim 10$ (I 領域)、約 $m = 10$ 以上 (II 領域) の領域に分け、 $\lambda = 1.791 \text{ Mb/s}$ で、 $(H = 0.845, a = 7.9 \times 10^5)$ 、 $(H = 0.74, a = 4.7 \times 10^5)$ の直線で近似する。

3.3 m 区分領域から負荷区分領域へのマッピング

時間 m の区分領域毎に異なるパラメータを持つ FBM トラヒックに近似しても、実際にテール分布等のキューイング特性を評価する場合、どの区分のパラメータを持つ FBM トラヒックを適用すれば良いかまだ不明である。また、実際のネットワーク設計等に反映させる場合、時間 m の区分領域の違いによるパラメータ

りも、加わる負荷の違いによる FBM トラヒックパラメータが分かった方が便利である。

ここでは、時間 m の区分領域から加わる負荷の区分領域に対応させる方法を述べ、負荷区分領域毎に対応させる FBM トラヒックパラメータを明らかにする。

バッファキューの挙動は、到着するトラヒックの分散と処理速度の分散で大部分が決まる。FBM トラヒックによるバッファ解析では、到着トラヒック (FBM トラヒック) を到着ビット量の連続時間確率過程と捉え、さらに処理は Cb/s の一定レートとして行われている。したがって、FBM トラヒックによる解析では、到着トラヒック (到着ビット量) の連続時間の分散特性が分かれば良いことになる。

図 2 や図 4 は、サンプル時間 τ を単位時間として、離散時間 m までに到着したトラヒックの分散特性を示している。連続時間では、 $t = m\tau$ の時間間に到着したトラヒックの分散とみることができる。

次に考えなければならないことは、どの位の時間間に到着したトラヒックの分散を考慮すべきかである。バッファは、トラヒックの到着があると稼働状態になり、さらに稼働状態にトラヒックが到着すると稼働状態が継続される。バッファから全てのトラヒックが吐き出され、到着がなければアイドル状態となる。このようにバッファは、稼働とアイドルを交互に状態推移する動きをしている。バッファにキューができるのは稼働状態であり、稼働状態に到着するトラヒックがキューの長さに影響を及ぼしている。したがって、少なくとも稼働状態にある時間 (長) に到着するトラヒックの分散を考慮すべきと考えられる。

このような考え方に基づいた時間長として、バッファの稼働期間 (Busy period) の平均残余稼働時間 (Mean residual life time for busy period) R_b が考えられている [11]。稼働期間長は非常に揺らぎが大きい故、稼働期間の平均長だけでは十分ではなく、稼働期間の揺らぎも考慮できる平均残余稼働時間を採用している。平均残余稼働時間は次式で表される。

$$R_b = \frac{m_{b2}}{2m_b} \quad (9)$$

ここで、 m_b 、 m_{b2} はそれぞれ、稼働期間の平均、2 次モーメントである。

以上のことから、バッファに入力されるトラヒックの分散の時間特性グラフと、バッファに加わる負荷に

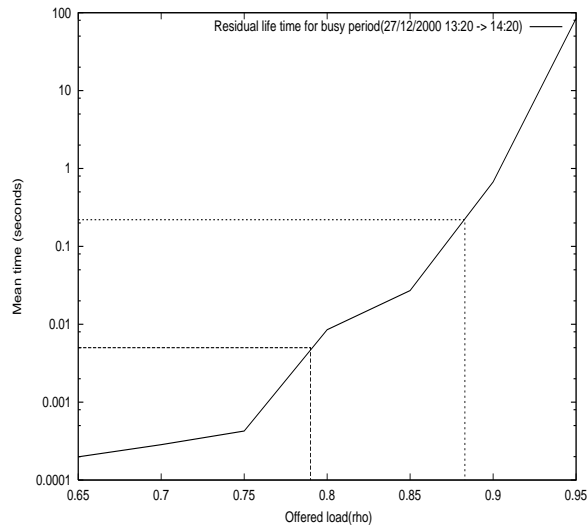


図 7: バックボートラヒック入力キューの平均残余稼働時間

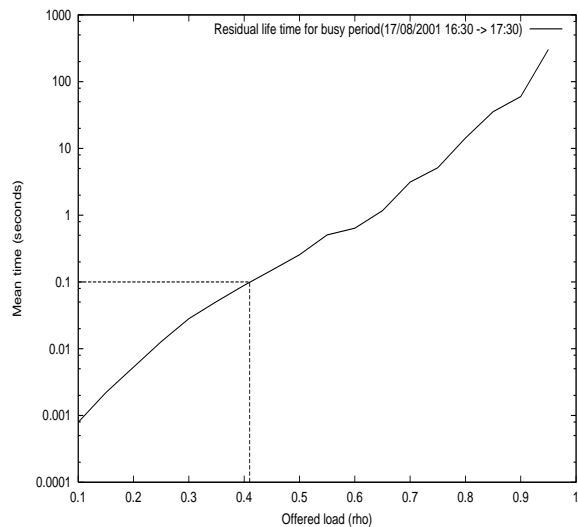


図 8: アクセストラヒック入力キューの平均残余稼働時間

対応した平均残余稼働時間特性グラフの組み合わせから、 m の区分領域から負荷の区分領域の対応が可能となる。

まず、平均残余稼働時間特性を図 7 と図 8 に示す。測定トラヒックが無容量を持つ FIFO バッファキューに加わった場合を考え、実測定トラヒックデータ(パケットの到着時刻とパケット長を記録したデータ)を用いての計算機シミュレーションで求めたものである。また、測定したトラヒックの到着率を固定し、バッファキューの処理速度(伝送路速度)を変えることにより、負荷を変化させている。

m の区分領域から負荷の区分領域への対応は次の

ように行う。例えば、バックボートラヒックについては、図 5 と図 7 を用いて、まず図 5 で区分領域の境界点の m に τ を掛け、時間 $t = m\tau$ に対応する負荷を図 7 (y 軸 $\rightarrow x$ 軸) から決定する。したがって、 m の領域が約 $m = 1 \sim 5$ (I 領域) は、負荷の領域約 $\rho = 0.79$ 以下に対応させ、約 $m = 5 \sim 200$ (II 領域) は約 $\rho = 0.79 \sim 0.88$ 、約 $m = 200$ 以上 (III 領域) は約 $\rho = 0.88$ 以上に対応させる。この対応関係を逆にたどることで、入力負荷の大きさに応じて、 m の区分領域を決めることができ、さらにこの区分領域に対応した FBM トラヒックの 3 つのパラメタを決定することができる。

アクセストラヒックについても同様に、負荷の区分領域を図 8 に示すごとく、 m の領域が約 $m = 1 \sim 10$ (I 領域) を約 $\rho = 0.41$ 以下の領域に、約 $m = 10$ 以上 (II 領域) を約 $\rho = 0.41$ 以上に対応させる。

4 数値例による検証

区分領域に分けてキュー長テール分布近似をする方法の有効性を検証するため、実測定トラヒックデータを入力する計算機シミュレーション結果との比較より行う。バッファのモデルは無容量の FIFO キューとし、負荷の調整は伝送路速度 C を変えることで行った。

バックボートラヒックに関するテール分布を図 9 と図 10 に示す。比較のため、各区分領域での

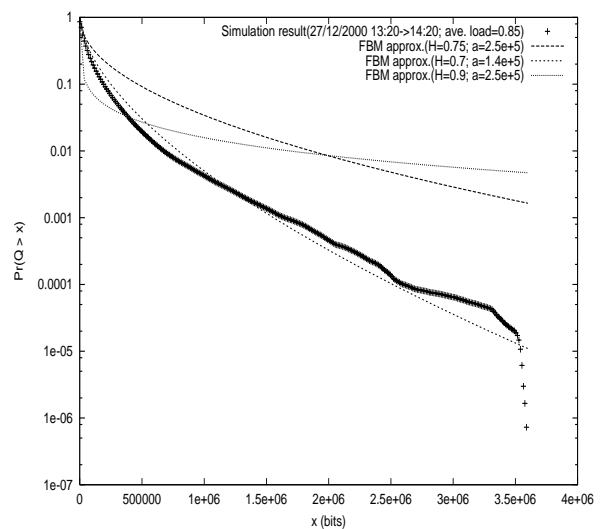


図 9: バックボートラヒックのキュー長テール分布近似 (1)

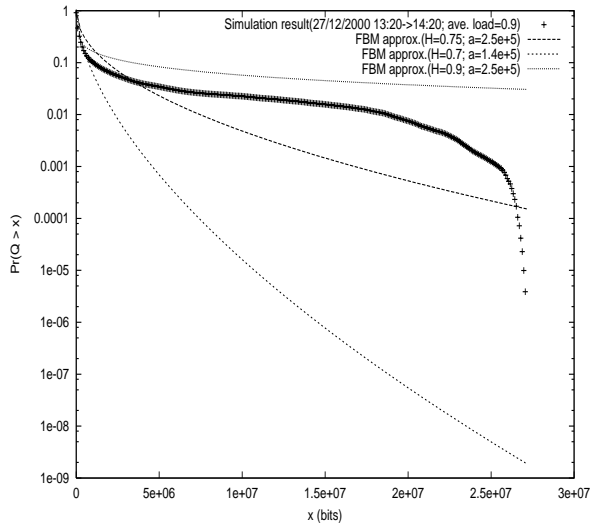


図 10: バックボーントラフィックのキュー長テール分布近似 (2)

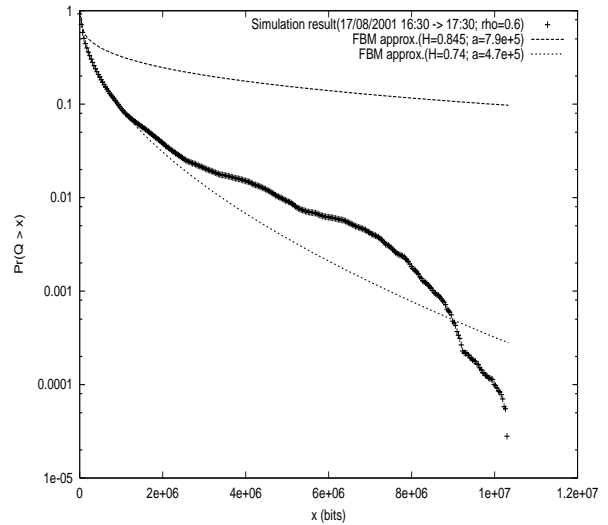


図 12: アクセストラフィックのキュー長テール分布近似 (2)

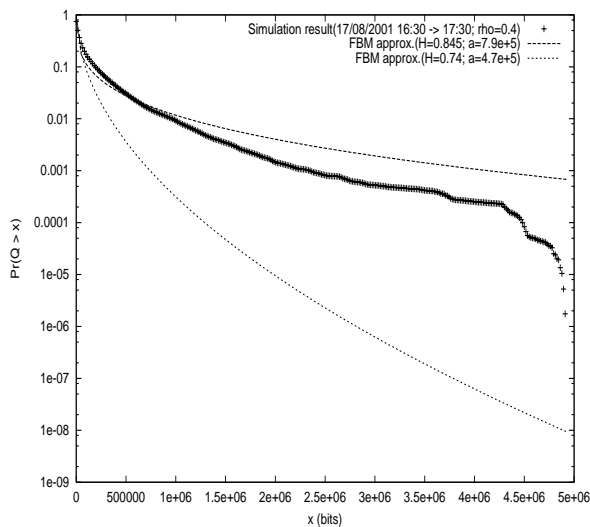


図 11: アクセストラフィックのキュー長テール分布近似 (1)

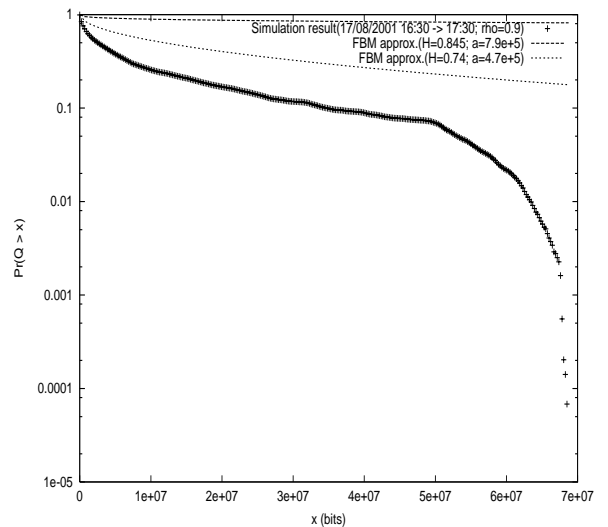


図 13: アクセストラフィックのキュー長テール分布近似 (3)

(λ, H, a) のパラメータを用いた近似も合わせて示している。図 9 は、 $\rho = 0.85$ の場合であり、II 領域のパラメータを用いる領域である。II 領域のパラメータを用いたテール分布とシミュレーション結果が非常に良く合っていることが分かる。図 10 は $\rho = 0.9$ の場合で、III 領域に対応する。この領域による近似は、シミュレーション結果よりもわずかに大きめの値となるが、良く近似されている。また、他の領域のパラメータは近似として使えないことも分かる。 $\rho = 0.79$ 以下の I 領域に対応する検証は、キュー長が非常に短くシミュレーションでは十分な精度の結果が得られなかったため、近似の比較を割愛した。

アクセストラフィックについては、 $\rho = 0.4, 0.6, 0.9$ のそれぞれについての検証結果を図 11 から図 13 に示す。 $\rho = 0.4$ は、 m の区分領域では I、 $\rho = 0.6$ と 0.9 は II にそれぞれ対応する。 $\rho = 0.6$ については、部分的にシミュレーション結果より小さめの近似とはなるが、概ね合っているとと言える。

また以上検証から、負荷領域の各区分に対応するテール分布も良好に近似されていると言える。

5 むすび

SINET に実際に流れるトラフィックをサンプル測定し、サンプルトラフィック X_n の自己相関特性とサンプル

ルトラヒックを m 時点集めた確率過程 $X_n^{(m)}$ の分散により、SINET トラヒックの自己相関解析を行った。この解析の結果から、長期依存性を有するとを明らかにした。

長期依存性を有する大きな時間 m の領域では、バッファキュー長のテール分布は FBM トラヒックモデルにより近似可能であるが、 m の小さな領域では、そのままでは FBM トラヒックモデルを適用できない。そこで、 m を区分的な領域に分割し、 $X_n^{(m)}$ の分散を、この領域毎に単一の Hurst パラメタ H を持つ直線で近似し (両対数グラフ上)、区分領域毎に FBM トラヒックモデルを適用することで、テール分布を近似する方法を提案した。さらに、平均残余稼働時間を用いた m 領域から負荷領域へ対応させる方法も合わせて示した。

テール分布の近似手法について、実観測トラヒックを用いた計算機シミュレーションとの比較から検証を行い、概ね良好な近似が得られ、その有効性を明らかにした。

m 領域から負荷領域への対応は平均残余稼働時間の算出が鍵となるが、今回はシミュレーションにより求めている。より実践的なネットワークの設計・運用やダイナミックな品質制御を行う必要のある現場では、シミュレーションに頼らずトラヒック測定から推定できるのが好ましい。トラヒック測定等からの平均残余稼働時間の推定方法は、今後の課題となる。

参考文献

- [1] W.E. Leland, M.S. Taqqu, W. Willinger, and D.V. Wilson, "On the self-similar nature of Ethernet traffic(extended version)," IEEE/ACM Trans. Networking, Vol.2 pp.1-15, 1994.
- [2] V. Paxson and S. Floyd, "Wide area traffic: The failure of Poisson modeling," IEEE/ACM trans. Networking, Vol. 3, No.3, pp.226-244, 1995.
- [3] J. Beran, R. Sherman, M.S. Taqqu, and W. Willinger, "Long-range dependence in variable-bit-rate video traffic," IEEE trans., Commun., Vol. 43, No.2/3/4, pp.1566-1579, 1995.

- [4] 藤野、阿部、計、趙、松方、浅野、"実トラヒック測定データを用いたシミュレーションによるインターネット品質保証制御方式の一検討"、電子情報通信学会 技術報告、SSE2000-306, pp.505-510、2001.
- [5] <http://www.sinet.ad.jp/image/sinet-jp2001.gif>
- [6] I. Norros, "A strange model with self-similar input," Queueing Systems, Vol. 16, pp.387-396, 1994.
- [7] I. Norros, "On the Use of Fractional Brownian Motion in the Theory of Connectionless Network," JSAC of IEEE, Vol. 13, No.6, pp.953-962, 1995.
- [8] N.G. Duffiel and N. O'Connell, "Large deviations and overflow probabilities for the general single-server queue, with applications," Math. Proc. Camb. Phil. Soc., Vol. 118, pp.363-374, 1995.
- [9] 前島, "Self-similar process と極限定理," 数学, 日本数学会 Vol. 40, No.1, pp.19-35, 1988.
- [10] 小沢、町原、石橋、"マルチメディアトラヒック理論の最新動向," 電子情報通信学会誌, Vol. 81, No.5, pp.506-515, 1998.
- [11] 阿部, "多重化パーストパケット入力待ち行列システムの再生過程近似による性能評価法", 信学論 (B-I), Vol. J79-B-I, No.6, pp.383-395, 1996.